

Lineare Gleichungssysteme

Beispiel 1:

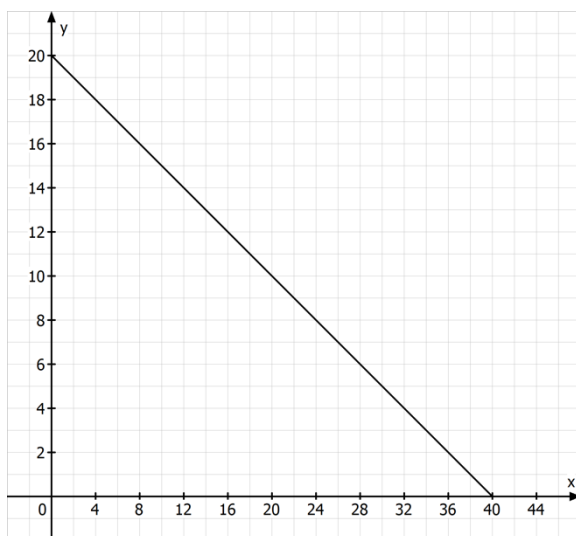
Hans soll beim Bäcker Semmeln und Brezen kaufen. Er bekommt dafür 12 Euro mit.
Bestimmen Sie, wie viele Semmeln (30 Cent) bzw. Brezen (60 Cent) er kaufen kann, wenn er das gesamte Geld ausgeben soll.

x ist dabei die Anzahl der Semmeln und y ist die Anzahl der Brezen.

$$0,3x + 0,6y = 12 \quad | -0,3x$$

$$0,6y = 12 - 0,3x \quad | :0,6$$

$$y = -0,5x + 20$$



Die Lösungsmenge einer linearen Gleichung $ax + by = c$ (bei der nicht $a = 0$ und $b = 0$ ist) ergibt im x, y-Koordinatensystem eine Gerade.

$$a=0 \Rightarrow by = c \Rightarrow y = \frac{c}{b} \quad (\text{Parallele zur x-Achse})$$

$$b=0 \Rightarrow ax = c \Rightarrow x = \frac{c}{a} \quad (\text{Parallele zur y-Achse})$$

Beispiel 2:

Hans soll nach wie vor für 12 Euro beim Bäcker Semmeln (30 Cent) und Brezen (60 Cent) kaufen. Er soll jedoch doppelt so viele Semmeln wie Brezen kaufen.

$$(I) \quad 0,3x + 0,6y = 12$$

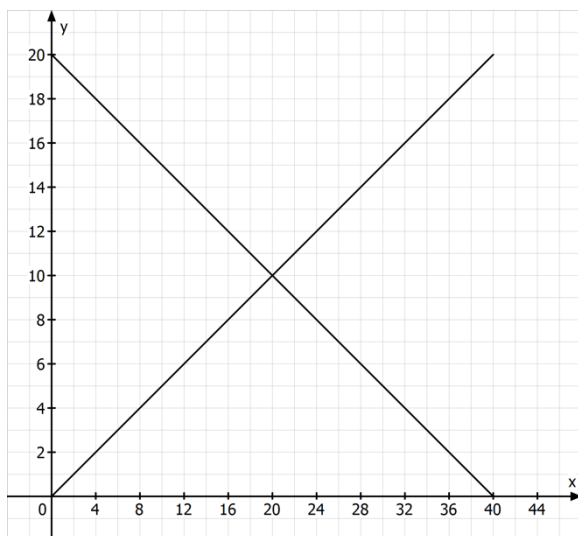
$$(II) \quad x = 2y$$

Lineares Gleichungssystem mit zwei Variablen

Gleichungen nach y auflösen:

$$(I) \quad y = -\frac{1}{2}x + 20$$

$$(II) \quad y = \frac{1}{2}x$$



Unter einer Lösung eines linearen Gleichungssystems mit zwei Variablen versteht man ein Zahlenpaar, das alle Gleichungen des Systems erfüllt.

Das Additionsverfahren

Beispiele:

1 (I) $2x + y = -1$

(II) $-x - y = 3$

Addition von (I) und (II): $x = 2$

Einsetzen von $x = 2$ in (I): $2 \cdot 2 + y = -1 \Rightarrow y = -5$

$\Rightarrow (2 / -5)$ ist Lösung des Gleichungssystems

2 (I) $2x + y = -1$

(II) $x + 2y = 5$

(I) $2x + y = -1$

(II) $-2x - 4y = -10$

(I) + (II): $-3y = -11 \Rightarrow y = \frac{11}{3}$

Einsetzen von $y = \frac{11}{3}$ in (II):

$$2x + \frac{11}{3} = -1 \Rightarrow x = -\frac{7}{3}$$

$\Rightarrow (-\frac{7}{3} / \frac{11}{3})$ ist Lösung des Gleichungssystems

3 (I) $4x - 3y = 10$

(II) $2x + y = 0$

(I) $4x - 3y = 10$

(II) $-4x - 2y = 0$

(I) + (II): $-5y = 10 \Rightarrow y = -2$

Einsetzen von $y = -2$ in (I):

$$4x - 3 \cdot (-2) = 10 \Rightarrow x = 1$$

$\Rightarrow (1 / -2)$ ist Lösung des Gleichungssystems

4 (I) $6x + 7y = 23$

(II) $5x + 7y = 18$

(I) $6x + 7y = 23$

(II) $-5x - 7y = -18$

(I) + (II): $x = 5$

Einsetzen von $x = 5$ in (I):

$$6 \cdot 5 + 7y = 23 \Rightarrow y = -1$$

$\Rightarrow (5 / -1)$ ist Lösung des Gleichungssystems

5 (I) $7x + 10y = 3$

(II) $2x + 5y = 3$

(I) $7x + 10y = 3$

(II) $-4x - 10y = -6$

(I) + (II): $3x = -3 \Rightarrow x = -1$

Einsetzen von $x = -1$ in (I):

$$7 \cdot (-1) + 10y = 3 \Rightarrow y = 1$$

$\Rightarrow (-1 / 1)$ ist Lösung des Gleichungssystems

Das Einsetzungsverfahren

Beispiele:

1 (I) $4x + 5y = 7$

(II) $y = 2x + 3$

Einsetzen von (II) in (I):

$$4x + 5(2x + 3) = 7 \Rightarrow 4x + 10x + 15 = 7 \Rightarrow 14x = -8 \Rightarrow x = -\frac{4}{7}$$

Einsetzen von $x = -\frac{4}{7}$ in (II):

$$y = 2 \cdot \left(-\frac{4}{7}\right) + 3 = \frac{13}{7}$$

$\Rightarrow \left(-\frac{4}{7} / \frac{13}{7}\right)$ ist Lösung des Gleichungssystems

2 (I) $2x + 5y = 21$

(II) $x - 5y = 9$

(II) $\Rightarrow x = 9 + 5y$

$$2(9 + 5y) + 5y = 21 \Rightarrow 18 + 10y + 5y = 21 \Rightarrow 15y = 3 \Rightarrow y = \frac{1}{5}$$

Einsetzen von $y = \frac{1}{5}$: $x = 9 + 5 \cdot \left(\frac{1}{5}\right) = 10$

$\Rightarrow \left(10 / \frac{1}{5}\right)$ ist Lösung des Gleichungssystems

3 (I) $y = 2x - 1$

(II) $y = x + 3$

Einsetzen von (II) in (I): $x + 3 = 2x - 1$ (Gleichsetzungsverfahren)

$$x = 4$$

Einsetzen von $x = 4$ in (II): $y = 4 + 3 = 7$

$\Rightarrow (4 / 7)$ ist Lösung des Gleichungssystems

4 (I) $15x - 25y = 30$

(II) $3x + y = 2$

(II) $\Rightarrow y = 2 - 3x$

Einsetzen von (II) in (I):

$$15x - 25(2 - 3x) = 30 \Rightarrow 15x - 50 + 75x = 30 \Rightarrow 90x = 80 \Rightarrow x = \frac{8}{9}$$

$$\Rightarrow y = 2 - 3 \cdot \frac{8}{9} = -\frac{2}{3}$$

$\Rightarrow (\frac{8}{9} / -\frac{2}{3})$ ist Lösung des Gleichungssystems

5 (I) $3y + 4x = 24$

(II) $3y = x + 9$

Einsetzen von (II) in (I): $x + 9 + 4x = 24 \Rightarrow 5x = 15 \Rightarrow x = 3$

$$\Rightarrow 3y = 3 + 9 \Rightarrow y = 4$$

$\Rightarrow (3 / 4)$ ist Lösung des Gleichungssystems

6 (I) $2x = 2y - 5$

(II) $2x = 4y + 3$

Einsetzen von (II) in (I): $4y + 3 = 2y - 5 \Rightarrow 2y = -8 \Rightarrow y = -4$

$$\Rightarrow 2x = 4 \cdot (-4) + 3 \Rightarrow 2x = -13 \Rightarrow x = -\frac{13}{2}$$

$\Rightarrow (-\frac{13}{2} / -4)$ ist Lösung des Gleichungssystems